

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
Seules les calculatrices du département sont autorisées.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 4 points.

Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $] -\pi, \pi]$ les équations trigonométriques suivantes :

$$1^\circ. \cos(2x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \quad 2^\circ. \sin(x) = \sin(3x)$$

II. 2 points.

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 + i\bar{z} - 1 = 0$

III. 2 points.

Mettre sous forme algébrique les complexes suivants :

$$1^\circ. (1+i)^2(3-i) \quad 2^\circ. \frac{1+i}{(3-i)^2}$$

IV. 5 points.

Mettre sous forme exponentielle les complexes suivants :

$$1^\circ. \sqrt{2} - i\sqrt{6} \quad 2^\circ. \left(\frac{2-2i}{\sqrt{3}+i}\right)^8 \quad 3^\circ. (1+i)^{12} + (1-i)^{12}$$

V. 4 points.

Résoudre dans \mathbb{C} :

$$1^\circ. z^2 - (2+3i)z + 6i = 0 \quad 2^\circ. iz^2 + (i-3)z - 2 - 2i = 0$$

VI. 3 points.

$$\text{Simplifier } \omega = \left(\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^8$$

En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{8}$