MATHEMATIQUES CR N°4

R&T Saint-Malo - 1ère année - 2006/2007 - Durée : 1h -

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
Calculatrices interdites.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 10 points.

Déterminer la nature des séries numériques de terme général :

1°. $u_n = e^{-n}$ 2°. $u_n = n^2 e^{-n}$ 3°. $u_n = \dfrac{n}{n^3+3n-1}$ 4°. $u_n = \dfrac{n^n}{n!}$

5°. $u_n = \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ 6°. $u_n = (-1)^n \cos\dfrac{1}{n}$ 7°. $u_n = \dfrac{\mathrm{sh}n}{\mathrm{ch}^2 n}$

II. 10 points.

On considère la fonction 2π-périodique, impaire, définie par $f(x) = x$ sur l'intervalle $]0, \pi]$.

1°. Donner l'allure de sa courbre représentative.

2°. Déterminer la somme $S(x)$ de sa série de Fourier.

3°. Etudier la convergence de la série numérique de terme général $u_k = \dfrac{(-1)^k}{2k+1}$ puis appliquer, en justifiant, le théorème de Dirichlet pour calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$

4°. Appliquer le théorème de Parseval pour calculer $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ en justifiant de sa convergence.