MATHEMATIQUES - LE DERNIER DEVOIR DE TOUTE L'ANNEE ET MEME DE TOUT LE COURS DE MATHEMATIQUES EN R&T

R&T Saint-Malo - 2nde année - 2007/2008 - Durée : 1h

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 6 points.

Déterminer les rayons de convergence des séries entières ci-dessous ($\alpha > 0$) :

1°. $\sum_{n\geq 0} nx^n$ 2°. $\sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{2n^2}$ 3°. $\sum_{n\geq 0} n^2 2^n x^n$ 4°. $\sum_{n\geq 0} \frac{1}{\alpha^n} x^n$ 5°. $\sum_{n\geq 0} \frac{n^n}{n!} x^n$

II. 4 points.

Soit $f(x) = \frac{1}{1-x}$ et $g(x) = \frac{x}{(1-x)^2}$

1°. Développer f en série entière en précisant le rayon de convergence.

2°. En déduire le développement de g en précisant le rayon de convergence.

3°. En déduire la valeur de $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{2^n}$

III. 5 points.

Soit $f(x) = \frac{1}{x+2}$

1°. Développer f en série entière en précisant son rayon de convergence.

2°. En intégrant terme à terme la série obtenue, calculer $\sum_{n\geq 0} \frac{(-1)^n}{(n+1)2^n}$ et $\sum_{n\geq 0} \frac{(-1)^n}{n+1}$

IV. 2 points.

Déterminer les transformées en z des suites $(u_n)_{n\geq 0}$ suivantes :

1°. $u_n = 2^n$ 2°. $u_n = n$ 3°. $u_n = n \times (-3)^n$

V. 3 points.

Déterminer les originaux de :

1°. $F(z) = \frac{z}{(z-2)(z+1)}$ 2°. $G(z) = \frac{1}{z^2 - z - 2}$ 3°. $H(z) = \frac{z\sqrt{2}}{z^2 - \sqrt{2}z + 1}$

PS. Beaucoup d'entre vous ne m'ont pas rendu l'enquête de satisfaction sur le cours. Pourriez-vous y penser, cela me serait utile ?

PPS. Bonnes vacances ! !