



Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.

Calculatrices interdites. Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 15 points.

Calculer :

$$1^\circ. \int_0^1 e^x dx \quad 2^\circ. \int_0^1 \frac{dx}{x+1} \quad 3^\circ. \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx \quad 4^\circ. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

$$5^\circ. \int_2^3 \frac{x}{1-x^2} dx \quad 6^\circ. \int_0^1 \arctan x dx \quad 7^\circ. \int_1^2 \frac{dx}{x(x^2+1)} \quad 8^\circ. \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{dx}{1-\cos x}$$

$$9^\circ. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\cosh x}$$

Dans la question 8°, on pourra poser $u = \tan \frac{x}{2}$

Dans la question 9°, on pourra poser $u = e^x$

II. 5 points.

On pose $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$, $J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}} dx$ et $K = \int_0^1 \sqrt{x^2+2} dx$

On pose également $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+2})$

1°. Calculer $f'(x)$ et en déduire la valeur de I .

2°. Démontrer que $K = 2I + J$ et que $K = \sqrt{3} - J$. En déduire J et K .