



Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
 Calculatrices interdites.
 Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 11 points.

Résoudre les équations différentielles suivantes.

- 1°. $y' + 3x^2y = 0$ 2°. $y' + y = x$ 3°. $y' + y = e^x$ 4°. $y' - 3x^2y = e^{x^3}$ 5°. $y' - 3y = 2 \sin x$
 $y(x)$ étant une fonction de classe C^1 .

II. 6 points.

Résoudre les équations différentielles suivantes.

- 1°. $y'' - 2y' + y = 0$ 2°. $y'' - 2y' + y = x^2$ 3°. $y'' - 2y' + y = e^x$
 $y(x)$ étant une fonction de classe C^2 .

III. 4 points.

On considère une bouée de forme cylindrique, de rayon r et de hauteur H . Cette bouée est verticale et partiellement immergée dans l'eau. On gradue l'axe des abscisses verticalement, vers le haut, avec une origine à la surface de l'eau. On note h la hauteur immergée de la bouée et $x(t)$ l'abscisse, sur la bouée, de la position d'équilibre. La bouée est soumise à son poids m et à la poussée d'Archimède \vec{F} , qui est dirigée verticalement, du bas vers le haut et dont l'intensité est égale au poids du volume d'eau déplacé par la partie immergée de la bouée.

On écarte la bouée de sa position d'équilibre en la soulevant de 1 mètre, puis on la lâche. On souhaite étudier en fonction du temps l'écart $x(t)$ entre la position d'équilibre de la bouée et la surface de l'eau.

- 1°. Faire un dessin.
 2°. On admet que $x(t)$ est solution de l'équation différentielle

$$x''(t) + \frac{\pi r^2}{m}x(t) = 0$$

Résoudre cette équation. Quel est le mouvement de la bouée ?

- 3°. En effectuant le bilan des forces, établir l'équation différentielle précédente (question bonus).