MATHEMATIQUES CR N°6 - 1ère année par apprentissage

R&T Saint-Malo - 27 Avril 2007 - Durée : 1h

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso. Calculatrices interdites.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

Orthographe et qualité de la présentation : 1 point.

I. 12 points.

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1°. $xy' + 3y = 0$ 2°. $y' + y\sin x = 0$ 3°. $y' = y$

4°. $y' - y = e^x - 1$ 5°. $y'' - 4y' + 3y = 4$ 6°. $y'' - 5y' + 6y = 3e^{4x}$

7°. $y'' - 5y' + 6y = 5e^{2x}$

II. 4 points.

On souhaite résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 5y = e^{-x}\cos(2x) \quad (\star)$

1°. Montrer que la fonction $y_0(x) = \dfrac{1}{8}\left[\cos(2x) + 2x\sin(2x)\right]e^{-x}$ est solution de $(\star)$

2°. En déduire toutes les solutions de l'équation initiale.

III. 4 points.

Un circuit formé d'une bobine d'inductance L et d'une résistance R montées en série est alimenté par une tension $e(t)$. On admet que l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit est solution de l'équation différentielle

$$L\frac{di}{dt}(t) + R\ i(t) = e(t)$$

On supposera $i(t)$ dérivable et $i(0) = 0$

1°. Résoudre cette équation lorsque $e(t) = E$, constante indépendante du temps.
2°. Résoudre cette équation lorsque $e(t) = \sin(\omega t)$, avec $\omega > 0$ représentant la pulsation du circuit.