



Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.  
 Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

**I.** 15 points

Déterminer la nature des séries numériques dont le terme général  $u_n$  est donné par :

1°.  $(-1)^n$     2°.  $e^{-n\sqrt{n}}$     3°.  $ne^{-n^2}$     4°.  $\frac{1}{n\sqrt{n}}$     5°.  $\frac{1}{n \ln n}$

6°.  $\frac{n!}{n^n}$     7°.  $\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$     8°.  $(-1)^n \frac{n}{n+1}$     9°.  $e^{-nx}$

Dans le 9°, vous déterminerez les valeurs de  $x \in \mathbb{R}$  pour lesquelles la série converge.

**II.** 5 points.

Soit  $u_k = \frac{1}{(k+1)(k+2)}$  pour  $n \in \mathbb{N}$  et  $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$

1°. Déterminer la nature de la série de terme général  $u_k$ .

2°. Décomposer  $u_k$  en éléments simples et en déduire :

$$\sum_{k=0}^{+\infty} u_k$$