



Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
 Calculatrices interdites.
 Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 2 points.

Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $] -\pi, \pi]$ l'équation $\cos(x - \frac{\pi}{3}) = \sin(\frac{\pi}{2} - 2x)$

II. 2 points.

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $2z - i\bar{z} = 2 - i$

III. 3 points.

Mettre sous forme algébrique les complexes suivants :

1°. $(1 + 2i)^2$ 2°. $i(i + 2)(1 + 2i)^2$ 3°. $\frac{1 + 2i}{3 + i}$

IV. 3 points.

Mettre sous forme exponentielle les complexes suivants :

1°. $1 + i$ 2°. $\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}\right)^{20}$

V. 5 points.

Résoudre dans \mathbb{C} :

1°. $z^2 + (3 - i)z + 2(1 - i) = 0$ 2°. $z^2 + (i - 2)z + (i - 3) = 0$

VI. 5 points.

Déterminer les racines quatrièmes de $z = -8(1 + i\sqrt{3})$ sous forme exponentielle, puis sous forme algébrique. Les dessiner dans le plan complexe.

VII. 20 points.

Calculer :

1°. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 6x^2 - 4)$ 2°. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 6x^2 - 4)$ 3°. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 3x^2 + 1}{x^2 - 1}$ 4°. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x^7 - x^5 + 3}$

5°. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 + 5x - 4}{2x - 1}$ 6°. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 + 4x - 3}{x^2 - 2x + 1}$ 7°. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 4}{x + 1}$ 8°. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin x}$

9°. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ 10°. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$ 11°. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x}$ 12°. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

13°. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right)$ 14°. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt{x}}$ 15°. $\lim_{x \rightarrow 0} x e^{1/x}$ 16°. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(e^{1/x} - 1 - \frac{1}{x}\right)$