



Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.

Calculatrices interdites. Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

L'exercice VI est plus difficile ; il est conseillé de le traiter en dernier.

**I.** 2 points.

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $] -\pi, \pi]$  l'équation  $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \sin x$

**II.** 2 points.

Mettre sous forme algébrique :

$$1^\circ. i(2+i)^2 \quad 2^\circ. \frac{13}{3-2i} - \frac{2}{1+i}$$

**III.** 1 point.

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $\bar{z} = 2z + 1 - i$

**IV.** 4 points.

Déterminer le module et l'argument des complexes suivants :

$$1^\circ. -2 - 2i \quad 2^\circ. \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008} \quad 3^\circ. \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}\right)^4$$

**V.** 4 points.

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations :

$$1^\circ. iz^2 + (1-4i)z - 1 + 3i = 0 \quad 2^\circ. \frac{1}{2}z^2 - (1+i)z + 3i = 0$$

**VI.** 2 points.

Soit  $\theta \in ]-\pi, \pi]$  et  $n \in \mathbb{N}$ . On pose  $z = (1 + \cos \theta + i \sin \theta)^n$

Déterminer le module et l'argument de  $z$  en fonction de  $n$  et  $\theta$ .

**VII.** 6 points.

Déterminer, en justifiant, les limites suivantes :

$$1^\circ. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-6x+8} \quad 2^\circ. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-2}{x^2-6x+8} \quad 3^\circ. \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^4 - 2x + 1)$$

$$4^\circ. \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} \quad 5^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-1}} \quad 6^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$7^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{1/x} - 1 - \frac{1}{x})$$