



Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso. Calculatrice interdite.  
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

**I.** 5 points.

Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles ci-dessous :

$$1^\circ. \frac{2}{(x-4)(x-2)} \quad 2^\circ. \frac{x-3}{x(x-1)^2} \quad 3^\circ. \frac{x^4-x+2}{x(x^2+1)}$$

**II.** 5 points.

Calculer, en justifiant, les limites suivantes :

$$1^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \quad 2^\circ. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3} \quad 3^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(e^{1/x} - 1 - \frac{1}{x}\right)$$

**III.** 5 points.

Soit  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

- 1°. Démontrer soigneusement que le domaine de définition de  $f$  est  $] -\infty, 0[ \cup ] 1, +\infty[$
- 2°. Effectuer l'étude complète de la fonction  $f(x)$

**IV.** 5 points.

Soit  $g(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$

- 1°. Déterminer soigneusement le domaine de définition de  $g$ .
- 2°. Effectuer l'étude complète de la fonction  $g(x)$ .