MATHEMATIQUES TD SOUTIEN - FICHE 3 : Corrigé
CALCULS AVEC LOGARITHMES ET EXPONENTIELLES.

R&T Saint-Malo - 1ère année - 2006/2007

I. Exprimer en fonction de $\ln 2$, $\ln 3$, $\ln 5$

1°. $\ln 12 = 2\ln 2 + \ln 3$ 2°. $\ln 18 = \ln 2 + 2\ln 3$
3°. $\ln 96 = 5\ln 2 + \ln 3$ 4°. $\ln 15 = \ln 3 + \ln 5$
5°. $\ln 24 = 3\ln 2 + \ln 3$ 6°. $\ln 120 = 3\ln 2 + \ln 3 + \ln 5$
7°. $\ln 432 = 4\ln 2 + 3\ln 3$ 8°. $\ln \dfrac{128}{243} = 7\ln 2 - 5\ln 3$
9°. $\ln \dfrac{192}{108} = 4\ln 2 - 2\ln 3$
10°. $\ln(2-\sqrt{3}) + \ln(2+\sqrt{3}) = 0$
11°. $\ln\sqrt{125} = \dfrac{3}{2}\ln 5$

II. Simplifier

1°. $\ln(e^2) = 2$ 2°. $\ln(\sqrt{e}) = 1/2$
3°. $\ln(1/e) = -1$ 4°. $2\ln(e^3) = 6$
5°. $\ln(1/\sqrt{e}) = -1/2$ 6°. $\ln(e^2) + \ln(1/e^4) = -2$
7°. $e^{2+\ln 4} = 4e^2$ 8°. $e^{3\ln x} = x^3$
9°. $\ln(1/e^x) = -x$ 10°. $\ln\sqrt{e^x} = x/2$
11°. $\dfrac{e^{5x}}{e^{2x}} = e^{3x}$ 12°. $\dfrac{1}{e^{4x}} = e^{-4x}$
13°. $(e^{-2x})^4 = e^{-8x}$ 14°. $e^{3x}e^{5x} = e^{8x}$

III. Résoudre

1°. $\ln(3+x) = \ln 3 + \ln x$
$\mathcal{S} = \{3/2\}$
2°. $\ln(3x) = 3\ln x$
$\mathcal{S} = \{\sqrt{3}\}$
3°. $\ln x + \ln(x-2) = \ln(x+10)$
$\mathcal{S} = \{5\}$
4°. $\ln 5 - \ln x = \ln x - \ln 2$
$\mathcal{S} = \{\sqrt{10}\}$
5°. $\ln(2x) + \ln(8x) = 4$
$\mathcal{S} = \{e^2/4\}$
6°. $(\ln x)^2 + 4\ln x + 3 = 0$
$\mathcal{S} = \{1/e; 1/e^3\}$
7°. $\ln(x+2) = \ln(5-x)$
$\mathcal{S} = \{3/2\}$
8°. $\ln(1-x^2) = \ln(1-x)$
$\mathcal{S} = \{0\}$
9°. $\ln(x+3) = 0$
$\mathcal{S} = \{2\}$
10°. $\ln(2x-1) = \ln(4-x)$
$\mathcal{S} = \{5/3\}$
11°. $\ln(-2x^2+5x+3) = \ln(4x^2-1)$
$\mathcal{S} = \{4/3\}$
12°. $(x-1)\ln(x-2) = 0$
$\mathcal{S} = \{1; 3\}$
13°. $\ln(2x-5) = \ln 3 - \ln x$
$\mathcal{S} = \{3\}$
14°. $\ln(x+3) + \ln(x+2) = \ln(x+11)$
$\mathcal{S} = \{1\}$
15°. $\ln x + \ln(x+1) = \ln(x-1)$
$\mathcal{S} = \emptyset$
16°. $\ln(x-4) + \ln(2x) = \ln 4$
$\mathcal{S} = \{2+\sqrt{6}\}$
17°. $\ln(x-1) + \ln(x+1) = \ln(x+5)$
$\mathcal{S} = \{3\}$
18°. $\ln(2x^2-5x+1) = (\ln 16)/2$
$\mathcal{S} = \{3; -1/2\}$
19°. $\ln x + \ln(x-1) = 2\ln(x-2)$
$\mathcal{S} = \emptyset$
20°. $\ln\sqrt{x} = \ln(2x+1)$
$\mathcal{S} = \emptyset$
21°. $\ln\sqrt{2x-3} + \ln\sqrt{x} = \ln(6-x)$
$\mathcal{S} = \{3\}$
22°. $2(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 + 2\ln x - 3 = 0$
$\mathcal{S} = \{1/2; \sqrt{e}; 1/e^3\}$
23°. $\ln(2x+3) + \ln(x^2+2x+2) = \ln(8x+9)$
$\mathcal{S} = \{-1; -3; 1/2\}$
24°. $8(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + \ln x = 0$ $\mathcal{S} = \{1; e; e^{1/8}\}$

IV. Résoudre

1°. $3^{2x} = 2^{3x}$
$\mathcal{S} = \{0\}$
2°. $3^{2x} - 3^{x+1} + 2 = 0$
$\mathcal{S} = \{0; \dfrac{\ln 2}{\ln 3}\}$
3°. $10^{6x} - 10^{3x} - 2 = 0$
$\mathcal{S} = \{\dfrac{\ln 2}{3\ln 10}\}$
4°. $3^{x+2} + 9^{x-1} = 1458$
$\mathcal{S} = \{4\}$
5°. $\ln(\ln(e^x) + e^{-\ln x}) = 1 - \ln x$
$\mathcal{S} = \{\pm\sqrt{e-1}\}$
6°. $\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ \ln x - \ln y = \ln 7 \end{cases}$
$\mathcal{S} = \{(7, 1)\}$
7°. $\begin{cases} \log_x(e) + \log_y(e) = 7/3 \\ \ln(xy) = 7/2 \end{cases}$
$\mathcal{S} = \{(\sqrt{e}, e^3), (e^3, \sqrt{e})\}$
8°. $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 1 \\ \ln x + \ln y = 3 \end{cases}$