
MATHEMATIQUES CR N°3

R&T Saint-Malo - 2nde année par apprentissage- Mardi 12 Février - 2007/2008 - Durée : 1h -



*Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso. Calculatrices non autorisées.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.*

I. 5 points.

Déterminer la nature des séries numériques de terme général donné par :

1°. e^{-n} 2°. $\frac{n^2}{n!}$ 3°. $(1 - \frac{1}{n})^{n^2}$ 4°. $\frac{1}{\sqrt{n^2(n-1)}}$ 5°. $\frac{1}{n(\ln n)^2}$

II. 10 points.

On considère la fonction 2π -périodique paire définie sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$ par $f(x) = x^2$

1°. Tracer l'allure de sa courbe représentative et déterminer sa série de Fourier $S(x)$.

2°. La fonction vérifie-t-elle les hypothèses du théorème de Dirichlet ?

3°. Appliquer le théorème de Dirichlet pour calculer $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$, en justifiant sa convergence.

4°. Appliquer le théorème de Parseval pour calculer $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^4}$, en justifiant sa convergence.

III. 5 points.

1°. Soit $f(t) = \mathbb{1}_{[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]}(t)$. Calculer explicitement $\hat{f}(u)$

2°. Soit $g(t) = e^{-|t|}$ et $h(t) = e^{-\omega|t|}$ pour $\omega > 0$

Rappeler l'expression de $\hat{g}(u)$ et en déduire $\hat{h}(u)$

3°. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) - \omega^2 y(t) = 2\omega \delta(t)$

où $\delta(t)$ représente la masse de Dirac en 0.